

第1講

負数と虚数の誕生まで

- テーマ
- ◆ 虚数との最初の出会い——2次方程式の虚解
  - ◆ 数学史から
  - ◆ 負数の誕生過程
  - ◆ 負数が確定した概念として一般化したのは17世紀である。
  - ◆ 虚数と3次方程式の出会い——16世紀イタリア学派

虚数との出会い

複素数は虚数単位  $i$ ,

$$i^2 = -1$$

によって、 $a+bi$  ( $a, b$ は実数)と表わされる数である。たとえば、 $2+3i$ とか $5-4i$ は複素数である。この複素数についての説明は、以下でおいおいするから、ここでは前奏曲のようなつもりで軽く読んでいただきたい。

複素数に最初に出会うのは、2次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

を解くときである。たとえば

$$x^2 + x + 5 = 0$$

は判別式が  $D = 1 - 20 = -19 < 0$  となって、虚の解をもつ。実際に従って解を求めてみると、解は

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-20}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{19}i}{2}$$

と複素数で表わされる。高等学校でこのようなことを習っても、虚数とか複素数というものが、何だか正体がわからないという感じがいつまでもつきまとう

▶ 第6巻『複素数30講』

▶ 第2巻『線形代数30講』

- テーマ
- ◆ 距離空間のもつ性質：近傍の分離性と近傍の可算性
  - ◆ 近傍の分離性をもたない位相空間の例
  - ◆ 近傍の可算性をもたない位相空間の例
  - ◆ ‘近さ’の概念は一般には距離だけでは規定されない
  - ◆ 距離空間から位相空間へ

距離で測れない近さ

‘近さ’という概念は、必ずしも距離だけで測られるとは限らない。ごく日常的な例からはじめよう。ある道筋に沿って、ずっと家が並んでいると、この家並みがある  $O$  という1軒の家は、2階建て、1階と2階には、 $P$  という人と  $Q$  という人が別々に住んでいるとする。  $P$  も、  $Q$  も、自分の家に近い家並みというときには、2人も同じものを考えている。こういう状況のときには、数学でモデル化しても、  $P$  と  $Q$  の近さの感じを、距離でいい表わせないのである。それは距離空間には次の性質があるからである。

(分離性) 距離空間  $(X, d)$  の異なる2点  $x, y$  に対して、  $x$  と  $y$  のある近傍  $V(x), V(y)$  が存在して

$$V(x) \cap V(y) = \emptyset$$

質問 線形写像は、一般には、平行四辺形を平行四辺形に移すといわれましたが、平行四辺形の内部の点も、ちゃんと平行四辺形の内部の点に移っているのでしょうか。

答 確かにその点を説明すべきであった。図を用いて説明しよう。  $x$  と  $y$  を平行四辺形の2辺とする。  $P$  をこの平行四辺形の内部の任意の点とする。図のように  $P$  を通る  $y$  に平行な線分と、  $x$  に平行な線分を引く。これらの線分が  $x$  と  $y$  と交わる点は、適当な  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) と  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) により、  $\alpha x$  と  $\beta y$  と表わされる ( $\alpha$  と  $\beta$  は縮尺率!)。したがって  $P$  は、

$$\alpha x + \beta y$$

となる。ゆえに  $P$  は  $T$  によって

$$T(\alpha x + \beta y) = \alpha T(x) + \beta T(y)$$

へと移される。この点は、  $T(x)$ 、  $T(y)$  を2辺とする平行四辺形の内部にある。したがって、線形写像  $T$  は、一般には、平行四辺形(内部も含めて)を平行四辺形(内部も含めて)へと移しているのである。

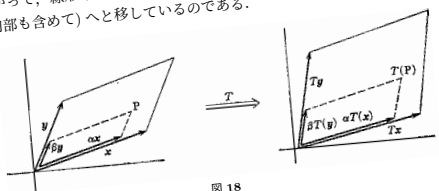


図18

切り取り線

対象読者

理工系大学学部生、数学に関心のある一般読者、高校・大学・公共図書館

紀伊國屋書店

デジタル情報営業部  
TEL:03-6910-0518 FAX:03-6420-1359  
〒153-8504 東京都目黒区下目黒 3-7-10  
ict\_ebook@kinokuniya.co.jp

●お名前 公費 / 私費

●ご住所(〒 ) TEL

定番「数学30講シリーズ」を内容はそのままに  
組版を改めて読みやすく刷新。初学者の確かな道標!

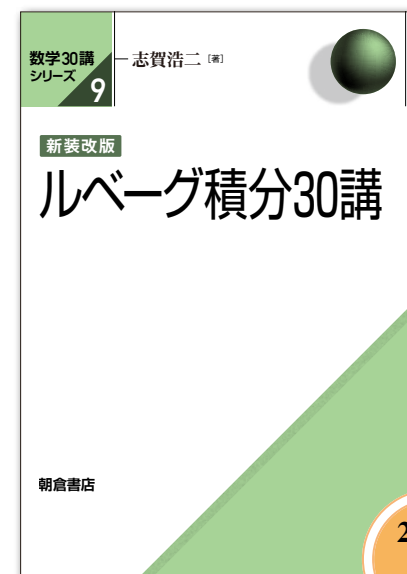
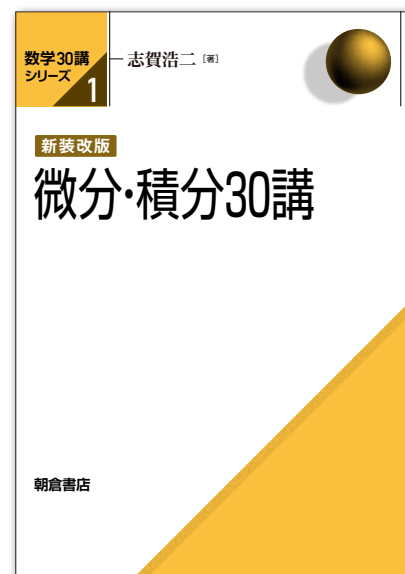


志賀 浩二 [著]

電子書籍

# 数学30講シリーズ

——全10巻——



新装  
改版!

2024年  
9月  
刊行!

各 A5 判

ロングセラーの卓越した数学入門書シリーズを次の世代へ。

柔らかい語り口と問答形式のコラムで数学の愉しみを感得できる名著

(初版 1988 ~ 1991 年刊)

数学の啓蒙書は、数学の教科書ではないので、その形式が問われるようです。音楽にいろいろな演奏形式があるように、数学という学問を取り出すにもいろいろな形式があり、それぞれの形式は、読者に異なる調べとなって伝わり、読者の共感を誘うようです。読者は数学をたのしむのです。そのことは、本質的な意味で、数学が文化であることを物語っているように思います。 志賀浩二 (2005 年度日本数学会出版賞受賞のことばより)

## 1 微分・積分 30 講

208 頁 NDC413.3 同時アクセス数 1 9,900円(11881-0)  
第 1 巻は数(すう)の話から出発し、2 次関数、3 次関数、三角関数、指数関数・対数関数などを経て、微分、積分、極限、テイラー展開へと至る。

### 一目次一

- |                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| 1. 数と数直線            | 16. 不定積分           |
| 2. 数直線と実数           | 17. 不定積分の公式        |
| 3. 座標と直線の式          | 18. グラフのつくる図形の面積   |
| 4. 2 次関数とグラフ        | 19. 定積分            |
| 5. 2 次関数の最大、最小      | 20. 定積分と不定積分       |
| 6. 3 次関数            | 21. 円の面積と球の体積      |
| 7. 3 次関数と微分         | 22. 関数の例           |
| 8. 3 次関数のグラフ        | 23. 極限概念について       |
| 9. 多項式関数の微分         | 24. 極限の公式と連続関数     |
| 10. 有理関数と簡単な無理関数の微分 | 25. 平均値の定理         |
| 11. 三角関数            | 26. 平均値の定理とその拡張    |
| 12. 三角関数の微分         | 27. テイラーの定理        |
| 13. 指数関数と対数関数       | 28. テイラーの展開        |
| 14. 合成関数と微分と逆関数の微分  | 29. テイラーの展開(つづき)   |
| 15. 逆三角関数の微分        | 30. ウォリスの公式問題の解答索引 |

## 3 集合への 30 講

196 頁 NDC410.9 同時アクセス数 1 10,560円(11883-4)  
親しみやすい文体で「無限」の世界へ誘う。集合論の初歩から始め、選択公理、連続体仮説まで着実なステップで理解。

### 一目次一

- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| 1. 身近なところにある集合     | 17. 連続体の濃度をもつ集合(つづき) |
| 2. 自然数の集合          | 18. ベキ集合の濃度          |
| 3. 集合に関する基本概念      | 19. 可算集合を並べる         |
| 4. 有限集合の間の演算、個数の計算 | 20. 順序集合             |
| 5. 可算集合            | 21. 整列集合             |
| 6. 可算集合の和集合と直積集合   | 22. 整列集合の性質          |
| 7. 数直線上の可算集合       | 23. 整列集合の基本定理        |
| 8. 実数の構造——小数展開     | 24. 順序数              |
| 9. 2 進法、3 進法、…     | 25. 比較可能定理、整列可能定理    |
| 10. 実数の集合          | 26. 整列可能定理と選択公理      |
| 11. 一般的な設定へ        | 27. 選択公理のヴァリエーション    |
| 12. 写 像            | 28. 選択公理からの帰結        |
| 13. 直積集合と写像の集合     | 29. 連続体仮説            |
| 14. 濃 度            | 30. ゲオルグ・カントル問題の解答索引 |
| 15. 濃度の大小          |                      |
| 16. 連続体の濃度をもつ集合    |                      |

## 5 解析入門 30 講

260 頁 NDC413 同時アクセス数 1 11,220円(11885-8)  
数直線と高速道路のアナロジーから解き起こし、実数の連続性や関数の極限など微積分の礎を丁寧に確認、発展的議論へ進む。

### 一目次一

- |                |                  |                  |                  |
|----------------|------------------|------------------|------------------|
| 1. 数直線の生い立ち    | 9. 微分法           | 17. 線形微分方程式      | 25. 2 変数関数の微分可能性 |
| 2. 実数の連続性      | 10. テイラーの定理      | 18. 定数係数の線形微分方程式 | 26. $C^r$ 級の関数   |
| 3. 上限、下限、コーシー列 | 11. テイラー展開       | 19. 面 積          | 27. $C^1$ 写像     |
| 4. 実数の相        | 12. ベキ級数         | 20. 定積分          | 28. 逆写像定理        |
| 5. 関数の極限値      | 13. ベキ級数で表わされる関数 | 21. 積分と微分        | 29. 2 変数関数の積分    |
| 6. 連続関数        | 14. 不定積分         | 22. 微分方程式の解の存在   | 30. 積分と写像問題の解答索引 |
| 7. 微分と導関数      | 15. 不定積分を求める     | 23. 指数関数再考       |                  |
| 8. 平均値の定理      | 16. 不定積分から微分方程式へ | 24. 2 変数の関数と偏微分  |                  |



価格はいずれも本体価格 同時アクセス数3の価格はこちら⇒[https://kinoden.kinokuniya.co.jp/product/img/KD0776\\_list.xlsx](https://kinoden.kinokuniya.co.jp/product/img/KD0776_list.xlsx)

## 2 線形代数 30 講

216 頁 NDC411.3 同時アクセス数 1 9,900円(11882-7)  
名著の内容はそのままに版面を刷新。ベクトル・行列の数理に明快なイメージを与える、データサイエンス時代の今こそ読みたい入門書。

### 一目次一

- |                           |                                |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1. ツル・カメ算と連立方程式           | 18. 正則行列と基底変換                  |
| 2. 2 元 1 次、3 元 1 次の連立方程式  | 19. 正則行列と基本行列                  |
| 3. 3 次の行列式の隠された性質         | 20. 基本変形                       |
| 4. 方程式・関数・写像              | 21. 線形写像の核と行列の階数               |
| 5. 2 次元のベクトル              | 22. 行列式の導入                     |
| 6. 2 次元の数ベクトル空間 $R^2$     | 23. 行列式                        |
| 7. 線形写像と行列( $R^2$ の場合)    | 24. 行列式の性質                     |
| 8. 正則写像( $R^2$ の場合)       | 25. 正則行列と行列式                   |
| 9. 逆写像と連立方程式              | 26. 基底変換から固有値問題へ               |
| 10. $R^3$ 上の線形写像          | 27. 固有値と固有ベクトル                 |
| 11. 消去法と基本変形              | 28. 固有値問題(2 次の行列の場合)           |
| 12. $R^3$ から $R^2$ への線形写像 | 29. 固有値問題(3 次の行列の場合 I)         |
| 13. ベクトル空間へ               | 30. 固有値問題(3 次の行列の場合 II)問題の解答索引 |
| 14. ベクトル空間の例と基本概念         |                                |
| 15. 基底と次元                 |                                |
| 16. 線形写像                  |                                |
| 17. 線形写像と行列               |                                |

## 4 位相への 30 講

228 頁 NDC415.2 同時アクセス数 1 10,560円(11884-1)  
「私たちの中にある近さに対する感性を拠り所としながら、一步一步手探りするような慎重さで」位相空間を理解する。

### 一目次一

- |                    |                        |
|--------------------|------------------------|
| 1. 遠さ、近さと数直線       | 17. コンパクトな距離空間         |
| 2. 平面上の距離、点列の収束    | 18. 連結空間               |
| 3. 開集合、閉集合         | 19. コーシー列と完備性          |
| 4. 集積点と実数の連続性      | 20. 完備な距離空間            |
| 5. コンパクト性          | 21. ベールの性質の応用          |
| 6. 写像と集合演算         | 22. 完備化                |
| 7. 連続性             | 23. 距離空間から位相空間へ        |
| 8. 連続性と開集合         | 24. 位相空間               |
| 9. 部分集合における近さと連結集合 | 25. 位相空間上の連続写像         |
| 10. 距離空間へ          | 26. 位相空間の構成            |
| 11. 距離空間の例         | 27. コンパクト空間と連結空間       |
| 12. 距離空間の例(つづき)    | 28. 分離公理               |
| 13. 点列の収束、開集合、閉集合  | 29. ウリゾーンの定理           |
| 14. 近傍と閉包          | 30. 位相空間から距離空間へ問題の解答索引 |
| 15. 連続写像           |                        |
| 16. 同相写像           |                        |

## 6 複素数 30 講

232 頁 NDC413.52 同時アクセス数 1 11,220円(11886-5)  
「複素数の中から、どのようにしたら「虚」なる感じを取り除けるか」をテーマに、「平面の数」としての複素数を鮮明に示す。

### 一目次一

- |                      |                  |
|----------------------|------------------|
| 1. 負数と虚数の誕生まで        | 17. ベキ級数と正則関数    |
| 2. 向きを変えることと回転       | 18. 指数関数         |
| 3. 複素数の定義            | 19. 積 分          |
| 4. 複素平面              | 20. 複素積分の性質      |
| 5. 複素数の乗法            | 21. 複素積分と正則性     |
| 6. 複素数と図形            | 22. コーシーの積分定理の証明 |
| 7. 単位円周上の複素数         | 23. 正則関数の積分表示    |
| 8. 1 次関数             | 24. テイラー展開       |
| 9. リーマン球面            | 25. 最大値の原理       |
| 10. 円々対応の原理          | 26. 一致の定理        |
| 11. 代数学の基本定理         | 27. 孤立特異点        |
| 12. 複素平面上の領域で定義された関数 | 28. 極と真性特異点      |
| 13. 複素関数の微分          | 29. 留 数          |
| 14. 正則関数と等角性         | 30. 複素数再考索引      |
| 15. 正則な関数と正則でない関数    |                  |
| 16. ベキ級数の基本的な性質      |                  |

## 8 群論への 30 講

244 頁 NDC411.6 同時アクセス数 1 11,220円(11888-9)  
身近な事象の対称性の話題から始まり、「群の動的な働きの中から、静的な形が抽出されてくる」過程を活写。初学者に格好の入門書。

### 一目次一

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| 1. シンメトリー         | 18. 正規部分群         |
| 2. シンメトリーの群       | 19. 準同型定理         |
| 3. 群の定義           | 20. 有限生成的なアーベル群   |
| 4. 群に関する基本的な概念    | 21. アーベル群の基本定理の証明 |
| 5. 対称群と正 6 面体群    | 22. 基本群           |
| 6. 対称群と交代群        | 23. 生成元と関係        |
| 7. 正多面体群          | 24. 自由群           |
| 8. 部分群による類別       | 25. 有限的に表示される群    |
| 9. 巡回群            | 26. 位相群           |
| 10. 整数と群          | 27. 位相群の様相        |
| 11. 整数の剰余類のつくる乘法群 | 28. 不変測度          |
| 12. 群と変換          | 29. 群 環           |
| 13. 軌 道           | 30. 表 現索引         |
| 14. 軌道(つづき)       |                   |
| 15. 位数の低い群        |                   |
| 16. 共役類           |                   |
| 17. 共役な部分群と正規部分群  |                   |

## 10 固有値問題 30 講

260 頁 NDC413.67 同時アクセス数 1 11,220円(1890-2)  
代数的な世界と解析的な世界をつなぐ固有値問題を「2 次の行列の場合からはじめて、ヒルベルト空間上の作用素のスペクトル分解に至るまで」一気に描き出す。

### 一目次一

- |                   |                    |                        |                       |
|-------------------|--------------------|------------------------|-----------------------|
| 1. 平面上の線形写像       | 10. 射影作用素、随伴作用素    | 19. 閉部分空間              | 順序                    |
| 2. 隠されているベクトルを求めて | 11. 正規作用素          | 20. 有界作用素              | 26. 単位の分解             |
| 3. 複素ベクトル空間 $C^2$ | 12. エルミート作用素       | 21. ヒルベルト空間上の固有値問題の第一歩 | 27. 自己共役作用素のスペクトル分解   |
| 4. 線形写像と行列        | 13. ユニタリー作用素と直交作用素 | 22. 完全連続な作用素           | 28. スベクトル             |
| 5. 固有値と固有方程式      | 14. 積分方程式          | 23. 完全連続作用素の固有空間による分解  | 29. 非有界作用素            |
| 6. 固有空間           | 15. フレードホルムの理論     | 24. 一般の自己共役作用素へ向けて     | 30. フォン・ノイマン—1929 年索引 |
| 7. 対角化可能な線形写像     | 16. ヒルベルトの登場       | 25. 作用素の位相と射影作用素の      |                       |
| 8. 内 積            | 17. ヒルベルト空間        |                        |                       |
| 9. 正規直交基底         | 18. $l^2$ 空間       |                        |                       |

## 7 ベクトル解析 30 講

244 頁 NDC414.7 同時アクセス数 1 11,220円(11887-2)  
「微分形式の初等的な入門」を主題に置き、ベクトル解析の数学的理解に確かな足場を築く。

### 一目次一

- |                    |                  |
|--------------------|------------------|
| 1. ベクトルとは          | 18. グリーンの公式と微分形式 |
| 2. ベクトル空間          | 19. 外微分の不変性      |
| 3. 双対ベクトル空間        | 20. グリーンの公式の不変性  |
| 4. ベクトル空間の双対性      | 21. $R^3$ 上の微分形式 |
| 5. 双線形関数           | 22. ガウスの定理       |
| 6. 多重線形関数とテンソル空間   | 23. 微分形式の引き戻し    |
| 7. テンソル代数          | 24. ストークスの定理     |
| 8. イデヤル            | 25. 曲面上の局所座標     |
| 9. 外積代数            | 26. 曲面上の微分形式     |
| 10. 外積代数の構造        | 27. 多様体の定義       |
| 11. 計量をもつベクトル空間    | 28. 余接空間と微分形式    |
| 12. 正規直交基底         | 29. 接空間          |
| 13. 内積と基底          | 30. リーマン計量索引     |
| 14. 基底の変換          |                  |
| 15. $R^3$ のベクトルの外積 |                  |
| 16. グリーンの公式        |                  |
| 17. 微分形式の導入        |                  |

## 9 ルベーク積分 30 講

256 頁 NDC413.4 同時アクセス数 1 11,220円(11889-6)  
現代解析学を理解する上で必須となるルベーク積分の理論を「どこか謎めいた姿」を解きほぐす。

### 一目次一

- |                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| 1. 広がっていく極限         | 17. 可測関数           |
| 2. 数直線上の長さ          | 18. 可測関数の積分        |
| 3. 直線上の完全加法性の様相     | 19. 積分の基本定理        |
| 4. ふつうの面積概念—ジョルダン測度 | 20. 積分の性質          |
| 5. ルベーク外測度          | 21. $R^k$ 上のルベーク積分 |
| 6. ルベーク内測度          | 22. 可積分関数のつくる空間    |
| 7. 可測集合—ルベークの構想     | 23. 完備性            |
| 8. カラテオドリの構想        | 24. $L^2$ -空間      |
| 9. カラテオドリの外測度       | 25. 完全加法的集合関数      |
| 10. 可測集合族           | 26. ラドン・ニコディムの定理   |
| 11. 測度空間            | 27. ヴィタリの被覆定理      |
| 12. ルベーク測度          | 28. 被覆定理の応用        |
| 13. 可測集合の周辺         | 29. フビニの定理         |
| 14. 測度論の光と影         | 30. 位相的外測度索引       |
| 15. リーマン積分          |                    |
| 16. ルベーク積分へ向けて      |                    |